Mathematischer Selbsttest für Studienanfänger(innen)

Der folgende Mathematiktest dient zur Einschätzung Ihrer eigenen mathematischenFähigkeiten. Das Niveau entspricht ungefähr dem der Gymnasialen Mittel- und Oberstufe.In der Vorlesung werden allerdings auch viele Themen des vorliegenden Tests wiederholt.Es ist also nicht tragisch, wenn Sie einige Aufgaben nicht lösen können.Bei der Durchführung des Selbsttests wird folgende Vorgehensweise empfohlen:

1. Lösen Sie zunächst die vorliegenden 12 Testaufgaben.

2. Vergleichen Sie Ihre Lösungen und Lösungsansätze mit den Musterlösungen.

3. Geben Sie sich für jede (Teil-)Aufgabe die Note "**0**", "**1**" oder "**2**". Dabei ist "0" dieschlechteste Note, "1" ist mittelmäßig, und "2" ist die beste Note. Tragen Sie jede dieserZensuren in Ihr Auswertungsblatt ein (das Blatt mit den vielen Rechtecken).

4. Vergleichen Sie Ihren so ermittelten Wissenstand mit dem tatsächlichen Wissensstand eines unserer Kurse.

Viel Erfolg!

Testaufgaben zur Selbsteinschätzung

1. Aufgabe
Frau Meier kauft $\mathbf{120\ g}$Wurst und bezahlt dafür $\mathbf{€\ 1{,}56}$. Wieviel kosten $\mathbf{200\ g}$?

2. Aufgabe
Ein Autofahrer fährt $\mathbf{4\ Minuten}$lang mit der konstanten Geschwindigkeit $\mathbf{60\ km/h.}$ Wieschnell müsste er fahren, um dieselbe Strecke in $\mathbf{2\ Minuten}$zurückzulegen?

3. Aufgabe
Berechnen Sie folgende Ausdrücke, und schreiben Sie diese als Bruch.

a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$

b) $\frac{5}{12} : \frac{3}{8}$

c) $\frac{3}{8} - 0{,}2$

a) $\frac{7}{11} : 0{,}8$

d) $\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}$

4. Aufgabe
Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke als Dezimalzahlen

a) $\frac{3}{4}$

b) $758{,}9141 : 0{,}1$

5. Aufgabe

a) Wieviel sind $70\ \%$ von 90?

b) Wieviel Prozent entsprechen einem **Viertel**?

c) Angenommen, auf einem Konto mit dem Anfangskapital $x$werden $2{,}5\%$ Zinsengutgeschrieben. Das Guthaben beträgt dann $q \cdot x$, wobei der Zinsfaktor $q$von demAnfangskapital $x$unabhängig ist.
Wie lautet der Faktor q?

6. Aufgabe
Berechnen Sie die Lösung der folgende Gleichung:

$$4\,(x+5)+7(x-3)=9x+57$$

7. Aufgabe
Berechnen Sie die beiden Lösungen für die folgende Gleichung:

$$x^2-6x-40=0$$

8. Aufgabe
Berechnen Sie die Lösungen $x$und y des folgenden Gleichungssystems:

$$3x+2y=4$$
$$6x+5y=7$$

9. Aufgabe
In den folgenden Gleichungen wird jeweils nach einer ganzen Zahl $\boldsymbol{k}$oder nach einergebrochenen Zahl $\boldsymbol{c}$gesucht. Diese Zahl soll so bestimmt werden, dass die vorliegendeGleichung für alle Zahlen $\boldsymbol{a}$richtig ist. Es ist auch möglich, dass$\boldsymbol{k < 0}$ ist.

a) $\boldsymbol{a^2 + a^3 = a^k}$

b) $\boldsymbol{(a^2)^3 = a^k}$

c) $\boldsymbol{\frac{1}{a} = a^k (a \neq 0)}$

d) $\boldsymbol{\sqrt{a} = a^c}$

e) $\boldsymbol{\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[k]{a}\ (a \geq 0)}$

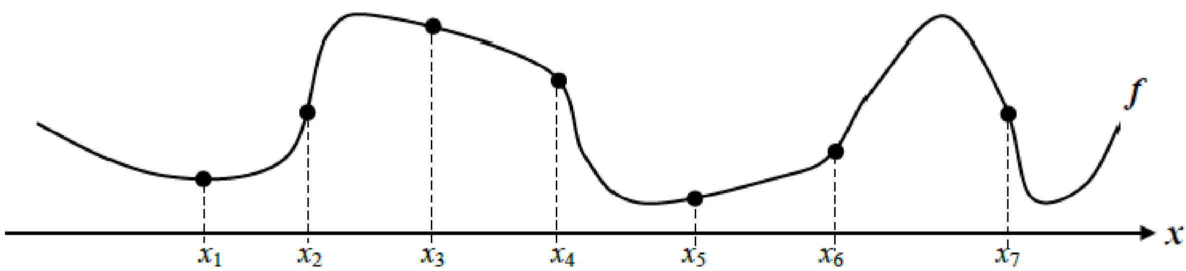
10. Aufgabe
Die folgende Zeichnung zeigt eine Funktion $\boldsymbol{f}$. An den sieben Stellen $\boldsymbol{x_1, \ldots,}$ $\boldsymbol{x_7}$treten die folgenden sieben Ableitungswerte auf (d.h. Werte von $\boldsymbol{f'}$):

-2,5 **-1** **-0,25** **0** **0,2** **1** **3**

Geben Sie an, welcher dieser Ableitungswerte zu welchem *x*-Wert gehört

$\boldsymbol{f'(x_1)} =$ ___ $\boldsymbol{f'(x_2)} =$ ___ $\boldsymbol{f'(x_3)} =$ ___ $\boldsymbol{f'(x_4)} =$ ___

$\boldsymbol{f'(x_5)} =$ ___ $\boldsymbol{f'(x_6)} =$ ___ $\boldsymbol{f'(x_7)} =$ ___



11. Aufgabe

Geben Sie die Ableitungen $\boldsymbol{f}\,'$der folgenden Funktionen $\boldsymbol{f}$ an.

(Dabei ist *e* die Euler'sche Zahl, d.h. ***e = 2,71828..... .*** Die Funktion $\boldsymbol{ln}$ ist der natürlicheLogarithmus, d.h. der Logarithmus zur Basis ***e.***)

a) $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ **b)** $\boldsymbol{f(x) = e^{2x}}$ **c)**$\boldsymbol{f(x) = \ln x}$

d) $\boldsymbol{f(x) = (x^3 - 4)^5}$

12. Aufgabe

Berechnen Sie $\int_2^3 30x^2\ dx$

ab Seite 5 finden Sie die Musterlösungen

Musterlösungen der Aufgaben für den Selbsttest

1. Aufgabe

Die Wurstmenge und der Preis sind proportional. Daher kann die Aufgabe mit einem Dreisatz gelöst werden:

120 g	kosten	€ 1,56.
1 g	kostet	€ 0,013.
200 g	**kosten**	**€ 2,60**.

2. Aufgabe

Die Fahrzeit und die Geschwindigkeit sind umgekehrt proportional. Daher kann die Aufgabemit einem umgekehrten Dreisatz gelöst werden:

Fahrzeit = 4 min bedeutet Geschwindigkeit = **60 km/h.**
Fahrzeit = 1 min bedeutet Geschwindigkeit = **240 km/h**.
Fahrzeit = 2 min bedeutet Geschwindigkeit = **120 km/h**.

3. Aufgabe

a) $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{9}{24}+\frac{10}{24}=\frac{19}{24}$

b) $\frac{5}{12}\div\frac{3}{8}=\frac{5}{12}\cdot\frac{8}{3}=\frac{40}{36}=\frac{10}{9}$

c) $\frac{3}{8}-0,2=\frac{3}{8}-\frac{1}{5}=\frac{15}{40}-\frac{8}{40}=\frac{7}{40}$

d) $\frac{7}{11}\div 0,8=\frac{7}{11}\div\frac{4}{5}=\frac{7}{11}\cdot\frac{5}{4}=\frac{35}{44}$

e) $\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}=\frac{2}{7}\div\frac{3}{5}=\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{3}=\frac{10}{21}$

4. Aufgabe

a) $\frac{3}{4} = 0,75$

b) $758,9141 \div 0,1 = 7589,141$

5. Aufgabe

a) $(70\%\ von 90) = 90 \cdot \frac{70}{100} = 63$

b) $\frac{1}{4} = 25\%$

c)

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Anfangskapital} & = x \\ \underline{\text{2,5\% Zinsen}} & \underline{= 0{,}025 \cdot x} \end{array}\right\} +$$

Guthaben nach
<u>der Verzinsung = 1,025</u>

also q = 1,025

6. Aufgabe

$4\,(x+5)+7\,(x-3)=9x+57$	Ausmultiplizieren
$4\,x+20+7x-21=9x+57$	$-9\,x$
$4\,x+20+7x-21-9x=57$	$-20+21$
$4\,x+7x-9x=57-20+21$	Zusammenfassen
$2\,x=58$	$\div\,2$
$x=29$	

7. Aufgabe

Lösung 1: p-q-Formel

$$\mathbf{x^2 \underbrace{-6}_{=p}x \underbrace{-40}_{=q} = 0}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - (-40)}$$

$$= 3 \pm \sqrt{49} = 3 \pm 7$$

also : $x_1 = 4$, $x_2 = 10$

Lösung 2: -Quadratische Ergänzung

$x^2 - 6x - 40 = 0$	$+40$
	+ Quadratische Ergänzung, d.h. $\left(\frac{p}{2}\right)^2 = 9$
$x^2 - 6x = 40$	
$x^2 - 6x + 9 = 49$	Links: Binomische Formel
$(x-3)^2 = 49$	$\pm\sqrt{}$

$$x_1 - 3 = -7 \Rightarrow x_1 = -4$$

$$x_2 - 3 = +7 \Rightarrow x_2 = 10$$

$$= 3 \pm \sqrt{49} = 3 \pm 7$$

also : $x_1 = 4$, $x_2 = 10$

8. Aufgabe
Es gibt zumindest folgende Lösungsverfahren:

- das Gleichsetzungsverfahren,
- das Einsetzungsverfahren (Substitutionsverfahren),
- das Additionsverfahren,
- das Gauß'sche Eliminationsverfahren (Sonderform des Additionsverfahrens)
- das Determinantenverfahren (= Anwendung der Cramer'schen Regel) .

Im folgenden werden die beiden letztgenannten Verfahren angewendet.

Lösung 1: Das Gauß'sche Eliminationsverfahren

(I) $\quad 3x + 2y = 4$

(II) $\quad 6x + 5y = 7$

um an der Stelle 6x eine 0 zu erzeigen, subtrahieren wir $2 \cdot$ (I) von (II)

$$(I) = (I) : 3x + 2y = 4$$

$$(II) = (II) - 2 \cdot (I) : 0x + y = 1$$

$$(I) = (I) : \; 3x + 2y = 4$$

$$(II) = (II) - 2 \cdot (I) : \; 0x + y = 1$$

$(II) \Rrightarrow \; y = -1$ $\qquad$ $(I) \Rrightarrow \; x = 2$

Lösung 2: Das Determinantenverfahren

Nennerdeterminante : D= $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2 = 3$

x-Determinante : Dx= $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 - 7 \cdot 2 = 6$

y-Determinante: Dy= $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot 7 - 6 \cdot 4 = -3$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{6}{3} = 2 \qquad y = \frac{D_y}{D} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$x = 2 \qquad y = -1$$

9. Aufgabe

a) $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5 \Rightarrow$ $k = 5$

b) $(a^2)^3 = a^{2+3} = a^6 \Rightarrow$ $k = 6$

c) $\frac{1}{a} = a^{-1} \Rightarrow$ $k = -1$

d) $= \sqrt{a} = a^{0,5} \Rightarrow$ $c = 0,5$

e) $= \sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{a}} = \sqrt[2\cdot 2]{a} = \sqrt[4]{a} \Rightarrow$ $k = 4$

10. Aufgabe

Die Ableitung beschreibt die Steigung des Funktionsgraphen. Daraus ergeben sich die folgenden Gleichungen :

$f'(x_1) = 0$ $f'(x_2) = 3$ $f'(x_3) = -0,25$

$f'(x_4) = -1$ $f'(x_5) = 0,2$ $f'(x_6) = 1$

$f'(x_7) = -2,5$

11. Aufgabe

a) $f'(x) = 2x$ b) $f'(x) = f(x) = e^{x}$

a) $f'(x) = \frac{1}{x}$

d) *Kettenregel:*

$f(x) = U(V(x))$mit

$V(x) = x^3, \qquad U(v) = v^5$

daraus folgt:

$V'(x) = 3x^2, \qquad U'(v) = 5v^4$

also

$$f'(x) = U'(V(x)) \cdot V'(x) = 5 \cdot \left(x^3 - 4\right)^4 \cdot 3x^2$$

$$= 15 \cdot \left(x^3 - 4\right)^4 \cdot x^2$$

Man kann auch die Kettenregel vermeiden, indem man nämlich beispielsweise

$$\left(x^3 - 4\right) \cdot \left(x^3 - 4\right) \cdot \left(x^3 - 4\right) \cdot \left(x^3 - 4\right) \cdot \left(x^3 - 4\right)$$

ausmultipliziert oder $\left(x^3 - 4\right)^5$ mit Hilfe des Binomischen Lehrsatzes entwickelt. Das alles ist aber sehr umständlich.

12. Aufgabe

$$\int_2^3 30\,x^2\,dx \underset{\text{Stammfunktion}}{=\!=\!=\!=\!=\!=\!=} \left[10x^3\right]_2^3 = 10 \cdot 3^3 - 10 \cdot 2^3 = 190$$

Selbsteinschätzung

Wenn Sie die Lösung der Aufgaben erfahren haben, so tragen Sie bitte in jedes Feld eine derPunktzahlen **0**, **1**, **2** ein.
Diese Punktzahlen drücken aus, wie Sie sich selbst einschätzen:

2 Punkte:	Ich habe die Aufgabe ohne große Probleme lösen können.Das entsprechende Thema muss in der Vorlesung nicht unbedingtbehandelt werden.
1 Punkt:	Die Aufgabe war schwierig für mich, aber als die Lösung vorgeführt wurde,konnte ich mich wieder an den Lösungsweg erinnern.Das Thema der Aufgabe sollte in der Vorlesung kurz angeschnitten werden.
0 Punkte:	Ich konnte die Aufgabe überhaupt nicht lösen und habe auch die Musterlösungnicht verstanden.Das Thema der Aufgabe sollte in der Vorlesung ausführlich behandelt werden.

Aufgabe 1	☐				
Aufgabe 2	☐				
Aufgabe 3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	e) ☐
Aufgabe 4	a) ☐	b) ☐			
Aufgabe 5	a) ☐	b) ☐	c) ☐		
Aufgabe 6	☐				
Aufgabe 7	☐				
Aufgabe 8	☐				
Aufgabe 9	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	e) ☐
Aufgabe 10	☐				
Aufgabe 11	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
Aufgabe 12	☐				

Ergebnisse eines echten IBA-Kurses (1. Semester)

Aufgabe	Bewertung Punkte 0	1	2	keine Angaben	durch-schnittliche Punktzahl
1	0	0	12	0	2
2	0	0	12	0	2
3a	0	0	11	0	1,9
3b	0	1	10	1	1,9
3c	0	0	11	1	2
3d	0	0	11	1	2
3e	0	1	9	2	1,9
4a	0	1	11	0	1,9
4b	0	0	11	1	2
5a	0	1	11	0	1,9
5b	0	1	10	1	1,9
5c	1	5	5	1	1,4
6	0	1	11	0	1,9
7	1	4	7	0	1,5
8	1	5	6	0	1,4
9a	2	2	8	0	1,5
9b	2	3	7	0	1,4
9c	2	2	8	0	1,5
9d	2	4	6	0	1,3
9e	5	3	4	0	0,9
10	2	8	2	0	1
11a	1	1	10	0	1,8
11b	2	5	5	0	1,3
11c	3	8	1	0	0,8
11d	3	6	3	0	1
12	3	6	3	0	1